Total number of printed pages–12

1 (Sem–4/FYUGP) MAT 42 MN/(B)

Anandaram Dhekial Phookan College Library * Nagaon: Assam *
Acc. No.
Date

2026

MATHEMATICS

(Minor)

SET–B

Paper : MAT4400604MN

(Analytical Geometry)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

SET–B

*Answer **either** in English **or** in Assamese.*

1. Answer the following questions : 1×8=8

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Find the form of the equation $2x+5y=6$ when the origin is shifted to the point $(1,-2)$.

মূলবিন্দু $(1,-2)$ লৈ স্থানান্তৰ কৰিলে $2x+5y=6$ সমীকৰণৰ ৰূপ কি হ'ব উলিওৱা।

(b) For what value of λ, $\lambda x^2+8xy+8y^2=0$ represents a pair of coincident straight line ?

λ-ৰ কি মানৰ বাবে $\lambda x^2+8xy+8y^2=0$ সমীকৰণে এযোৰ একৰেখীয় সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰিব ?

(c) Write the equation of the tangent to the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ at the point (x_1, y_1).

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ উপবৃত্তৰ ওপৰত থকা (x_1, y_1) বিন্দুত টনা স্পৰ্শকৰ সমীকৰণটো লিখা।

(d) Write the condition when a line $y=mx+c$ is a tangent to the parabola $y^2=4ax$.

কি চর্ত সাপেক্ষে $y=mx+c$ সৰলৰেখাডাল $y^2=4ax$ অধিবৃত্তৰ এডাল স্পৰ্শক হব ?

(e) If $ab-h^2>0$, then $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ represents a/an _____.

(Fill in the blank)

যদি $ab-h^2>0$, তেনেহ'লে $ax^2+2hxy+by^2+2gx+2fy+c=0$ এ এটা _____ নির্দেশ কৰে।

(খালী ঠাই পূৰণ কৰা)

(f) Define conjugate diameters of an ellipse.

উপবৃত্ত এটাৰ সংযুগ্ম ব্যাসৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(g) Find the norm of the vector $\vec{v}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$.

$\vec{v}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$ ভেক্টৰৰ নৰ্ম (norm) উলিওৱা।

(h) Given $\vec{a}=\hat{i}-2\hat{j}$, $\vec{b}=\hat{j}+\hat{k}$, find the component of $\vec{a}$ along $\vec{b}$.

দিয়া আছে $\vec{a} = \hat{i} - 2\hat{j}, \vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{a}$ ৰ $\vec{b}$ দিশত থকা উপাংশটো উলিওৱা।

2. Answer ***any six*** parts : 2×6=12

যিকোনো ছয়টা অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) For what value of λ does the equation $xy + 5x + \lambda y + 15 = 0$ may represent a pair of straight lines?

λ-ৰ কি মানৰ বাবে $xy + 5x + \lambda y + 15 = 0$ সমীকৰণটোই দুডাল ৰেখাখণ্ড নির্দেশ কৰিব?

(b) Find the equation of the line $4x^2 + 2\sqrt{3}xy + 2y^2 = 1$ when the axes are rotated through an angle 30°.

ৰেখা $4x^2 + 2\sqrt{3}xy + 2y^2 = 1$-ৰ সমীকৰণ নির্ণয় কৰা, যেতিয়া অক্ষ যুগলক 30° কোণেৰে ঘূৰোৱা হয়।

(c) Discuss the nature of the conic represented by

$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 16x + 20 = 0$

তলৰ শাংকৰটোৰ প্রকৃতি নির্ণয় কৰা ঃ

$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 16x + 20 = 0$

Dhekial Phookan College Library Acc. No. Nagaon, Assam

(d) Find the equation of the tangent at (2, 4) to the conic

$x^2 + y^2 + 6y - 4x - 36 = 0$.

(2, 4) বিন্দুত $x^2 + y^2 + 6y - 4x - 36 = 0$ শাংকৰটোৰ স্পর্শক ৰেখাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(e) Find the equation of the directrix of the conic $\frac{3}{\pi} = 4 - 2\cos\theta$.

$\frac{3}{\pi} = 4 - 2\cos\theta$ শাংকৰটোৰ নির্দেশিকাৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(f) Find the equation of the diameter of the ellipse $3x^2 + 4y^2 = 5$ conjugate to $y + 3x = 0$.

$3x^2 + 4y^2 = 5$ উপবৃত্তটোৰ $y + 3x = 0$ ব্যাসৰ সংযোজক ব্যাসডালৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(g) Find the centre and radius of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 8y + 10z - 10 = 0$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 8y + 10z - 10 = 0$ গোলকটোৰ কেন্দ্রবিন্দু আৰু ব্যাসার্ধ উলিওৱা।

(h) Find the area of the triangle that is determined by the points $P(1, 5, -2)$, $Q(0, 0, 0)$, $R(3, 5, 1)$.

$P(1, 5, -2)$, $Q(0, 0, 0)$ আৰু $R(3, 5, 1)$ বিন্দুৰ দ্বাৰা নির্ধাৰিত ত্রিভূজৰ ক্ষেত্রফল নির্ণয় কৰা।

(i) Find the parametric equations of the line passing through (4, 2) and parallel to $\vec{v} = \langle -1, 5 \rangle$.

$\vec{v} = \langle -1, 5 \rangle$-ৰ সমান্তৰাল আৰু বিন্দু (4, 2)-মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ পেৰামেট্রিক সমীকৰণসমূহ উলিওৱা।

(j) Define asymptote to a curve.

এটা বক্ৰৰ অনন্তস্পর্শী ৰেখাৰ সংজ্ঞা দিয়া।

3. Answer ***any four*** parts : 5×4=20

যিকোনো চাৰিটা অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Prove that the distance between two points is an invariant under an orthogonal transformation.

প্রমাণ কৰা যে, অক্ষৰ লম্বীয় ৰূপান্তৰ সাপেক্ষে দুটা বিন্দুৰ মাজৰ দূৰত্ব সদায় অপৰিৱর্ত্তনীয় হৈ থাকে।

Anandaram Dhekial Phookan College Library Acc. No. Date Nagaon : Assam

(b) Prove that the product of the perpendicular from the point (x', y') on the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ is

$$\frac{ax'^2 + 2hx'y' + by'^2}{\sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}}.$$

প্রমাণ কৰা যে (x', y') বিন্দুৰ পৰা $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণে নির্দেশ কৰা সৰলৰেখা দুডাললৈ টনা লম্বদূৰত্বৰ পূৰণ ফল ঃ

$$\frac{ax'^2 + 2hx'y' + by'^2}{\sqrt{(a-b)^2 + 4h^2}}$$

(c) Find the equation of the asymptotes of the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ পৰাবৃত্তটোৰ অনন্তস্পর্শী ৰেখাদ্বয় নির্ণয় কৰা।

(d) If the lines $y = mx$ and $y = m'x$ are conjugate diameters of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, then prove that

$$mm' = -\frac{b^2}{a^2}.$$

যদি $y = mx$ আৰু $y = m'x$ ৰেখাদুডাল

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ উপবৃত্তৰ সংযুগ্ম ব্যাস হয়, তেন্তে প্ৰমাণ

কৰা যে, $mm' = -\frac{b^2}{a^2}$ ।

(e) Find the polar equation of a conic with the focus as the pole and the line joining the focus to the corresponding vertex as the initial line.

নাভিক ধ্ৰুৱবিন্দু আৰু নাভিৰ পৰা শীৰ্ষবিন্দু সংযোগী ৰেখাক আদিৰেখা হিচাবে লৈ পোৱা শাংকৰৰ ধ্ৰুৱীয় সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Find the equation of the sphere passing through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 3y + 4z = 5$ and the point $(1, 2, 3)$.

$x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $2x + 3y + 4z = 5$ বৃত্ত আৰু $(1, 2, 3)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা গোলকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(g) Find the Cartesian co-ordinates of the point whose spherical co-ordinates are $\left(3, \frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right)$.

এটা বিন্দুৰ গোলকীয়া স্থানাংক $\left(3, \frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{6}\right)$ হলে বিন্দুটোৰ কার্টেজীয় স্থানাংক উলিওৱা।

(h) Let $\vec{v} = \langle 2, 3\rangle$, $\hat{e}_1 = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$ and $\hat{e}_2 = \left\langle -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$. Find the scalar components and vector components $\vec{v}$ along $\hat{e}_1$ and $\hat{e}_2$.

ধৰা হ'ল $\vec{v} = \langle 2, 3\rangle$, $\hat{e}_1 = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$ আৰু $\hat{e}_2 = \left\langle -\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right\rangle$, $\vec{v}$ ভেক্টৰৰ $\hat{e}_1$ আৰু $\hat{e}_2$-ৰ দিশত ভেক্টৰ উপাংশ আৰু স্কেলাৰ উপাংশ উলিওৱা।

4. Answer ***any two*** parts : 10×2=20

যিকোনো দুটা অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) State the type of the conic and reduce it to canonical form :

$9x^2 - 24xy + 16y^2 - 18x - 101y + 19 = 0$ 2+8=10

Tihidarsi Dhekial Phookan College Library Acc. No. Date Nagaon, Assam

তলৰ শাংকৰটোৰ প্ৰকাৰ উল্লেখ কৰা আৰু ইয়াক canonical ৰূপলৈ সৰলীকৃত কৰা।

$9x^2 - 24xy + 16y^2 - 18x - 101y + 19 = 0$

(b) (i) Find the equations of the bisectors of the angles between the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$. 5

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ ৰেখাদ্বয়ৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(ii) Find the equation of the normal to

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$

at (x_1, y_1). 5

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ -ৰ বিন্দুত লম্বৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(c) (i) Find the pole of the line $lx + my + n = 0$ with respect to the parabola $y^2 = 4ax$. 5

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তৰ সাপেক্ষে $lx + my + n = 0$ ৰেখাৰ ধ্ৰুৱ বিন্দু নিৰূপণ কৰা।

(ii) Find the equation of the asymptotes of the hyperbola

$2x^2 - 5xy - 3y^2 - 5x - 3y - 21 = 0$. 5

$2x^2 - 5xy - 3y^2 - 5x - 3y - 21 = 0$ -ৰ অনন্তস্পৰ্শী ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(d) (i) Find the equation to the cylinder whose generators are parallel to

$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ and guiding curve is

$x^2 + y^2 = 16, z = 0$. 5

এটা চিলিণ্ডাৰৰ উৎপাদক ৰেখা কেইডাল যদি

$\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ ৰেখাৰ সমান্তৰাল হয় আৰু ইয়াৰ পৰিচালন বক্ৰ যদি $x^2 + y^2 = 16, z = 0$ হয়, তেন্তে চিলিণ্ডাৰটোৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

(ii) Find the co-ordinates of the centre and radius of the circle

$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 11 = 0$,

$x + 2y + 2z = 15$. 5

$x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z - 11 = 0$, $x + 2y + 2z = 15$ বৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰবিন্দুৰ স্থানাংক আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ উলিওৱা।

Dhekial Phor... College Library ... Sl. No. ... Date ... Nagaon : Assam

(e) (i) Show that the lines

$L_1 : x = 2 + t,\ y = 2 + 3t,\ z = 3 + t$

$L_2 : x = 2 + t,\ y = 3 + 4t,\ z = 4 + 2t$

intersect and find the point of intersection. 5

দেখুওৱা যে

$L_1 : x = 2 + t,\ y = 2 + 3t,\ z = 3 + t$

$L_2 : x = 2 + t,\ y = 3 + 4t,\ z = 4 + 2t$

ৰেখা দুডালে পৰস্পৰক ছেদ কৰে আৰু ছেদবিন্দুৰ স্থানাংক উলিওৱা।

(ii) Find the orthogonal projection of $\vec{v} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ on $\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$. Also find the vector component of $\vec{v}$ orthogonal to $\vec{b}$. 5

$\vec{v} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ভেক্টৰৰ $\vec{b} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$-ৰ ওপৰত লম্বীয় প্ৰক্ষেপ উলিওৱা। লগতে $\vec{b}$-ৰ লম্ব হোৱা $\vec{v}$ ভেক্টৰৰ উপাংশ উলিওৱা।

Acc. No. Date