Total No. of printed page = 12

4 (Sem-1) BMAT

2016

BUSINESS MATHEMATICS

Paper : 1.1

Full Marks – 80

Time – Three hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

Answer either in English or in Assamese.

ইংৰাজী অথবা অসমীয়াত উত্তৰ লিখিবা।

1. Answer the following questions : $1\times10=10$

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(i) Give an example of null set.

ৰিক্ত সংহতিৰ এটা উদাহৰণ দিয়া।

(ii) Find $\log_{5\sqrt{5}} 125$

$\log_{5\sqrt{5}} 125$ নিৰ্ণয় কৰা।

[Turn over

(iii) Find the value of ${}^5P_5$.

${}^5P_5$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(iv) State whether the following relationship is correct or not.

তলৰ সম্পৰ্কটো শুদ্ধ হয়নে নহয় লিখা।

${}^nC_r = {}^nC_{r+1}$

(v) Define 'unit matrix'.

একক মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(vi) Choose the correct answer :

শুদ্ধ উত্তৰ নিৰ্বাচন কৰা ঃ

$y = 5x$ represents a line

$y = 5x$ ৰেখাডাল

(a) passing through the origin

মূল বিন্দুৰ মাজেদি যায়

(b) parallel to the x-axis

x-অক্ষৰ সমান্তৰাল

(c) parallel to the y-axis

y-অক্ষৰ সমান্তৰাল

(vii) Define 'limit of a function f(x) at x = a.'

x = aত f(x) ফলনৰ সীমামানৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(viii) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰোৱা ঃ

$\frac{d}{dx}$ (TR) = ... where x denotes the volume of output.

(য'ত xয়ে উৎপাদিত সামগ্ৰীক বুজাইছে।)

(ix) Evaluate : (মান নিৰ্ণয় কৰা)

$$\int_{1}^{e} \frac{1}{x}\,dx$$

(x) Define 'objective function' associated with linear programming.

ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণৰ লগত জড়িত 'অভিলক্ষ ফলন'ৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2. Answer the following questions : $2\times5=10$

তলৰ প্ৰশ্নকেইটাৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(i) Find the tenth and the thirteenth terms of the series 4, 8, 16, ...

4, 8, 16, ... শ্ৰেণীটোৰ দশম আৰু ত্ৰয়োদশ পদ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে)

$$\frac{1}{\log_a(abc)} + \frac{1}{\log_b(abc)} + \frac{1}{\log_c(abc)} = 1$$

(iii) Find the slope of the line passing through the points (a, b) and (– a, b).

(a, b) আৰু (– a, b) বিন্দু দুটাৰ মাজেদি যোৱা ৰেখাৰ নতিমাত্ৰা উলিওৱা।

(iv) If $y = x^3 - \frac{1}{x^2}$, find $\frac{dy}{dx}$.

$y = x^3 - \frac{1}{x^2}$ হ'লে $\frac{dy}{dx}$ নিৰ্ণয় কৰা।

(v) Mention one property of determinants.

নিৰ্ণায়কৰ এটা ধৰ্ম উল্লেখ কৰা।

3. Answer the following questions : 5×4=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) If (যদি)

$$\frac{\log x}{y-z} = \frac{\log y}{z-x} = \frac{\log z}{x-y}$$

then prove that (তেনেহ'লে প্ৰমাণ কৰা যে)

$x^x \cdot y^y \cdot z^z = 1$.

(b) A man borrowed Rs. 9,000 to repay the amount with interest of Rs. 1,000 by monthly instalments decreasing successively by Rs. 20. In how many months was the loan repaid, if the first instalment of Rs. 640 was paid one month after the sum was lent ?

মাহেকীয়া কিস্তিত 1,000 টকা সুত সহ পৰিশোধ কৰাৰ বন্দোৱস্তত 9,000 টকাৰ এটা ঋণ লৈ এজন মানুহে ঋণ পৰিশোধ কৰোঁতে মাহে 20 টকা কমকৈ কিস্তিবোৰ দি গ'ল। যদি টকা ধাৰ লোৱাৰ এমাহৰ পিছতে প্ৰথম কিস্তিৰ 640 টকা পৰিশোধ কৰা হৈছিল, তেনেহ'লে মানুহজনে কিমান মাহত ঋণটো পৰিশোধ কৰিছিল ?

Or / নাইবা

If $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ and a, b, c are in G.P., prove that x, y, z are in A.P.

যদি $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ আৰু a, b, c গুণোত্তৰ প্ৰগতিত থাকে, তেনেহলে প্ৰমাণ কৰা যে x, y, z সমান্তৰ প্ৰগতিত থাকে।

(c) A sum of money invested at compound interest amounts to Rs. 2,916 at the end of two years and to Rs. 3,149.28 at the end of three years. Find the sum and the rate of compound interest.

চক্ৰবৃদ্ধি সুতত খটোৱা নিৰ্দিষ্ট মুলধন 2 বছৰৰ পিছত 2,916 টকা আৰু তিনি বছৰৰ পিছত 3,149.28 টকা হয়। মূলধন আৰু চক্ৰবৃদ্ধি সুতৰ হাৰ নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Prove that (প্ৰমাণ কৰা যে)

$$\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a_2 & 1 \\ 1 & 1 & 1+a_3 \end{vmatrix} = a_1a_2a_3\left(1+\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_3}\right)$$

Or/ নাইবা

Show that the matrix $A=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ satisfies the following matrix equation :

$A^2 - 5A + 7I = 0$ where 0 denotes 2×2 zero matrix and

$$I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

দেখুওৱা যে $A=\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ য়ে তলত উল্লেখ কৰা মৌলকক্ষ সমীকৰণটো সিদ্ধ কৰে ঃ

$A^2 - 5A + 7I = 0$ য'ত 0 য়ে 2×2 শূন্য মৌলকক্ষ বুজাইছে আৰু $I=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

4. (a) Solve the following system of equations by Cramer's rule : 7

ক্রেমাৰৰ নিয়মেৰে তলৰ সমীকৰণকেইটা সমাধা কৰা।

$$x + y + z = 3$$
$$2x - 3y + 5z = 4$$
$$x + 2y - 4z = -1$$

Or / নাইবা

A manufacturer produces three products A, B and C and sells in two markets. Annual sales of these products in the two markets are given below :

এজন নিৰ্মাণকাৰীয়ে A, B আৰু C এই সামগ্ৰী তিনিবিধ উৎপাদন কৰে আৰু উৎপাদিত সামগ্ৰীসমূহ দুখন বজাৰত বিক্ৰী কৰে। বজাৰ দুখনত এই সামগ্ৰীকেইবিধৰ বাৰ্ষিক বিক্ৰীৰ তথ্য তলত দিয়া হৈছে ঃ

Products (উৎপাদিত সামগ্ৰী)

	A	B	C
Market I (বজাৰ I)	10,000 units	2,000 units	8,000 units
Market II (বজাৰ II)	6,000 units	20,000 units	4,000 units

(i) If the unit sales price of A, B and C are Rs. 25, Rs.12 and Rs. 15 respectively, find the total revenue in each market.

যদি A, B আৰু C এই সামগ্ৰী তিনিবিধৰ প্ৰতি একৰ দাম যথাক্ৰমে 25 টকা, 12 টকা আৰু 15 টকা হয়, তেনেহ'লে প্ৰতিখন বজাৰৰ মুঠ বিক্ৰী আয় নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) If the unit cost of products A, B and C are Rs. 18, Rs. 10 and Rs.8 respectively, find the gross profit.

যদি A, B আৰু C সামগ্ৰী তিনিবিধৰ প্ৰতি এককৰ উৎপাদন ব্যয় যথাক্ৰমে 18 টকা, 10 টকা আৰু 8 টকা হয়, তেন্তে মুঠ লাভ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Show that the number of combinations of 6 dissimilar objects taken 3 at a time is 20 and for the same the number of permutations is 120. 3

দেখুওৱা যে 6টা বিসদৃশ বস্তুৰ এবাৰত 3 টাকৈ লৈ দল 20 প্ৰকাৰে আৰু বিন্যাস 120 প্ৰকাৰে গঠন কৰিব পৰা যায়।

5. (a) Establish the equation of a line in the form $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$. 5

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ ঠাঁচত সৰল ৰেখাৰ সমীকৰণ প্ৰতিষ্ঠা কৰা।

(b) Find the equation of the line passing through the point (–2, 3) and having (i) equal intercepts on the axes, (ii) intercepts equal in magnitude but opposite in sign. 5

(–2, 3) বিন্দুৰ মাজেদি যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা যাৰ (i) x অক্ষ আৰু y অক্ষৰ ছেদাংশ সমান, (ii) x অক্ষ আৰু y অক্ষৰ ছেদাংশৰ মান সমান, কিন্তু বিপৰীত চিনযুক্ত।

Or / নাইবা

The amount demanded of a commodity is zero unit when the price is Rs. 100 and 1000 units when the price is zero. If the demand curve is assumed to be a straight line, find its equation.

কোনো এটা বস্তুৰ দৰ 100 টকা হ'লে বস্তুটোৰ চাহিদাৰ পৰিমাণ শূন্য হয় আৰু বস্তুটোৰ দৰ শূন্য হ'লে ইয়াৰ চাহিদাৰ পৰিমাণ 1000 একক হয়। 'চাহিদা বক্ৰ' ৰৈখিক বুলি ধৰি ইয়াৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

6. (a) (i) If (যদি) $f(x) = \frac{ax + b}{bx + a}$, prove that

(প্ৰমাণ কৰা যে) $f(x) \cdot \frac{1}{f(x)} = 1$ 3

(ii) Evaluate : (মান নিৰ্ণয় কৰা)

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4}$$ 2

(b) Find :

(i) the average profit function and

(ii) the marginal profit function for the following total profit function (P). Evaluate them at $Q = 3$ and $Q = 5$.

$P = Q^2 - 13Q + 78$ where Q denotes the number of units of output sold.

2+2+1=5

তলত মুঠ লাভ ফলন (P) ৰ বাবে

(i) গড় লাভ ফলন আৰু

(ii) প্ৰান্তিক লাভ ফলন উলিওৱা। $Q = 3$ আৰু $Q = 5$ৰ বাবে এই দুটাৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

$P = Q^2 - 13Q + 78$ য'ত Q হ'ল বিতৰণী হোৱা সামগ্ৰীৰ এককৰ সংখ্যা।

Or / নাইবা

A steel plant produces x tons of steel per week at a total cost of

$$\text{Rs.}\left(\frac{x^3}{3} - 7x^2 + 111x + 50\right).$$

Find the output level at which the marginal cost attains its minimum.

এটা তীখা প্ৰকল্পই Rs. $\left(\frac{x^3}{3} - 7x^2 + 111x + 50\right)$ টকাৰে x টন তীখা উৎপাদন কৰে। যি পৰিমাণৰ উৎপাদনত প্ৰান্তিক ব্যয় ন্যূনতম হয় সেই উৎপাদনৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰা।

7. (a) Integrate : (অনুকলন কৰা) 2×2=4

(i) $\int\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)dx$

(ii) $\int\frac{2x-3}{x^2-3x+11}\,dx$

Or / নাইবা

If the marginal revenue function is $R'(x) = 8 - 6x + 2x^2$, determine the total revenue function and the demand function.

যদি প্ৰান্তিক বিক্ৰী আয় ফলন হয় $R'(x) = 8 - 6x + 2x^2$, তেনেহ'লে মুঠ বিক্ৰী আয় ফলন আৰু চাহিদা ফলন নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Define 'linear programming'. Discuss the importance and limitations of linear programming. 2+4=6

ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণৰ সংজ্ঞা দিয়া। ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণৰ প্ৰয়োজনীয়তা আৰু সীমাবদ্ধতা সম্পৰ্কে আলোচনা কৰা।

Or / নাইবা

Solve the following linear programming problem by graphical method :

তলৰ ৰৈখিক প্ৰক্ৰমণ সমস্যাটো লেখ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা ঃ

Maximize $Z = 8x + 5y$

subject to the constraints

$$x \leq 150$$
$$x + y \leq 250$$
$$2x + y \leq 500$$
$$x, y \geq 0.$$